

Aufgaben zur Programmierung : Collatz-Folge

Die Folge beginnt mit einer beliebigen natürlichen Zahl a_0 . Für die folgenden Glieder der Folge gilt:

$$a_{i+1} = \begin{array}{ll} a_i / 2 & \text{falls } a_i \text{ eine gerade Zahl ist} \\ 3 a_i + 1 & \text{falls } a_i \text{ eine ungerade Zahl ist} \end{array}$$

Gewöhnlich lässt man die Folge mit der ersten auftretenden 1 enden. Für die Startzahl 6 ergibt sich demnach die Folge

6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Lässt man die Folge weiterlaufen, so wird sie nach der ersten 1 periodisch:

6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

Bei den folgenden Aufgaben ist jeweils angegeben, wenn die Folge mit der ersten 1 enden soll.

Aufgaben

1. Schreiben Sie eine Funktion, welche für ein beliebiges Element der Folge das darauf folgende Element liefert. Testen Sie die Funktion aus einem Tabellenblatt heraus und mit Hilfe einer selbst geschriebenen Prozedur.
2. wie bei 1, mit dem Unterschied, dass die Funktion nun nicht den Wert des Folgeelements liefern soll, sondern feststellen soll, ob dieses eine gerade Zahl ist.
3. Schreiben Sie eine Funktion, welche das n-te Element der Folge liefert. Das Anfangselement wird dabei mitgezählt. (Anmerkung: die Folge soll dabei über eine eventuell auftretende 1 hinaus fortgesetzt werden)
4. Erfahrungsgemäß erreicht die Folge irgendwann den Wert 1. Schreiben Sie eine Funktion, welche für den Anfangswert z feststellt, beim wievielten Glied die 1 erreicht wird. Das Anfangsglied soll mitgezählt werden.
5. Schreiben Sie eine Funktion, welche die Folge, vom Anfangswert bis zur ersten auftretenden 1, als Array liefert.
6. wie 5, mit dem Unterschied, dass die Indexuntergrenze des zu liefernden Arrays variabel ist, d.h. der Funktion als Parameter übergeben wird.
7. wie bei 6, mit dem Unterschied, dass der Parameter, der die Indexuntergrenze enthält, optional ist. Standardwert: 1
8. Schreiben Sie eine Funktion, welche für zwei Anfangswerte z1 und z2 ermittelt, welcher die längere Collatz-Folge ergibt. Annahme: die Folge endet jeweils bei der ersten auftretenden 1.
9. Schreiben Sie eine Funktion, welche für einen Anfangswert z ermittelt, ob die sich daraus ergebende Folge mehr gerade als ungerade Elemente enthält. Annahme: Die Folge endet bei der ersten auftretenden 1.
10. Schreiben Sie eine Funktion, die für eine Liste von Anfangswerten (eindimensionales Array) die Collatz-Folgen, jeweils einschließlich der ersten auftretenden 1, in Form eines verzweigten Arrays (ein Array von Arrays) liefert.